

Xalq ta'limi vazirligi Fan olimpiadalari bo'yicha iqtidorli o'quvchilar bilan ishlash departamentining matematika fanidan

10 – haftalik topshiriqlari

10 – 11 sinf o'quvchilari uchun

1 – masala. Aytaylik $m \geq n \in \mathbb{Z}$ butun sonlar uchun $m^3 + n^3 + 1 = 4mn$ bo'lsin. U holda $m - n$ ayirmaning eng katta qiymatini toping.

2 – masala. Ko'paytmani hisoblang:

$$\prod_{k=1}^{144} \sin \frac{k\pi}{289} = \sin \frac{\pi}{289} \cdot \sin \frac{2\pi}{289} \cdot \sin \frac{3\pi}{289} \cdot \dots \cdot \sin \frac{144\pi}{289}$$

3 – masala. O'qituvchilar yig'ilishida $12k$ ta o'qituvchi qatnashmoqda. Har bir o'qituvchi $3k + 6$ ta o'qituvchi bilan salomlashadi. Aytaylik ixtiyoriy ikkita o'qituvchi olinganda ham, ikkovi bilan salomlashganlar soni o'zgarmas bo'lsin. U holda k ning bo'lishi mumkin bo'lgan barcha qiymatlarini toping.

4 – masala. Aytaylik n – darajali monik (bosh koeffitsiyenti 1 bo'lgan) ko'phad $p(x)$ va $x_0 < x_1 < \dots < x_n$ butun sonlar berilgan bo'lsin. U holda quyidagi tengsizlikni isbotlang:

$$\max \{ |p(x_0)|, |p(x_1)|, \dots, |p(x_n)| \} \geq \frac{n!}{2^n}$$

5 – masala. Aytaylik o'tkir burchakli $\triangle ABC$ uchburchakda s yarim perimetr va r ichki chizilgan aylana radiusi bo'lsin. BC , CA , AB diametrli yarim aylanalar $\triangle ABC$ uchburchakning tashqi qismiga chizilgan. Shu uchta aylanalarning barchasiga urinuvchi katta aylana radiusi t bo'lsin. U holda quyidagi tengsizlikni isbotlang:

$$s < 2t \leq s + (2 - \sqrt{3})r$$

7 – 9 sinf o‘quvchilari uchun

1 – masala. $\sqrt{x^2 + 10x + 21} + \sqrt{33 + 8x - x^2} = 2 \cdot \sqrt{2x^2 + 11x + 15}$ tenglama nechta ildizga ega?

2 – masala. Ketma-ketlikning har bir hadi o‘zidan oldingi hadining raqamlari kublari yig‘indisiga teng. Agar uning birinchi hadi 2015 bo‘lsa, 2019 – hadni toping.

3 – masala. $x^{x^2} > x^{6-x}$ tengsizlikni yeching.

4 – masala. $[x] = 2\{x\} + 4$ tenglamani yeching.

5 – masala. $\frac{3! + 4!}{2(1! + 2!)} + \frac{4! + 5!}{3(2! + 3!)} + \dots + \frac{2019! + 2020!}{2018(2017! + 2018!)}$ yig‘indini hisoblang.

**Fan olimpiadalari bo‘yicha iqtidorli o‘quvchilar bilan
ishlash departamenti sizga omad tilaydi!**

