Xalq ta'limi vazirligi Fan olimpiadalari bo'yicha iqtidorli o'quvchilar bilan ishlash departamentining matematika fanidan 13 – haftalik topshiriqlari

10 – 11 sinf o'quvchilari uchun

1 – SONLAR NAZARIYASI. a, b natural sonlar uchun $Q(a,b)=\dfrac{a^2b+2ab^2-5}{ab+1}$ funksiya aniqlangan. Aytaylik (a_1,b_1), (a_2,b_2), ..., (a_n,b_n) natural sonlar juftliklari uchun $Q(a_k,b_k)$ butun bo'lsin. U holda $\sum\limits_{i=1}^{n} a_i$ yig'indini hisoblang.

2 – ALGEBRA. $A=\sum\limits_{n=1}^{89}\dfrac{1}{n(n+1)^2(n+2)}$ va $B=\sum\limits_{n=1}^{89}\dfrac{1}{n^2(n+1)^2(n+2)}$ yig'indilar qaralmoqda. Aytaylik o'zaro tub p, q natural sonlar uchun $3A+2B=\dfrac{p}{q}$ tenglik o'rinli bo'lsin. U holda p sonining oxirgi uchta raqamini toping.

3 – GEOMETRIYA. $\triangle ABC$ uchburchakning BC, CA, AB tomonlari o'rtalari mos ravishda D, E, F nuqtalar va shu tomolarda X_1, Y, Z_1 nuqtalar shunday olinganki, bunda AX_1, BY, CZ_1 chevianlar bir nuqtada kesishadi. X_2, Y_2, Z_2 nuqtalar mos ravishda X_1, Y, Z_1 nuqtalarning D, E, F nuqtalarga nisbatan simmetriklari U holda AX_2, BY_2, CZ_2 chevianlar ham bir nuqtada kesishishini isbotlang.

4 – KOMBINATORIKA. 10^4 sonidan katta bo'lmagan barcha 11 ga karrali natural sonlar sonini topingki, bunda bu sonlarning raqamlari yig'indisi 19 ga teng bo'lsin.

7 – 9 sinf o‘quvchilari uchun

ALGEBRA HAFTALIGI

1 – masala. Aytaylik a, b, x, y haqiqiy sonlar uchun $ax+by=3$, $ax^2+by^2=7$, $ax^3+by^3=16$ va $ax^4+by^4=42$ tengliklar o‘rinli bo‘lsin. U holda ax^5+by^5 ifodaning qiymatini toping.

2 – masala. Berilgan $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2+2x+1}+\sqrt[3]{x^2-1}+\sqrt[3]{x^2-2x+1}}$ funksiya uchun $f(1)+f(3)+f(5)+...+f(997)+f(999)$ yig‘indini hisoblang.

3 – masala. Aytaylik a, b, c haqiqiy sonlar uchun $a-7b+8c=4$ va $8a+4b-c=7$ tengliklar o‘rinli bo‘lsin. U holda $a^2-b^2+c^2$ ifodani qiymatini toping.

4 – masala. Aytaylik a, b, c haqiqiy sonlar uchun quyidagi sistema o‘rinli bo‘lsin:

$$\begin{cases} a+b+c=2020 \\ a^2+b^2+c^2=2020^2 \\ a^3+b^3+c^3=2020^3 \end{cases}$$

U holda $a^{2020}b^{2020}+b^{2020}c^{2020}+c^{2020}a^{2020}$ yig‘indining qiymatini toping.

Fan olimpiadalari bo‘yicha iqtidorli o‘quvchilar bilan ishlash departamenti sizga omad tilaydi!